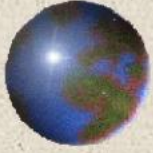


1 引言



一、基本理论

√ 微波传输线
概念
特点

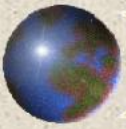
√ 传输线理论
概念
特点

√ 研究传输线上电磁波特性的方法：“场”、“路”

传输线

(Transmission Line)





传输线理论

二、分布参数及分布参数电路

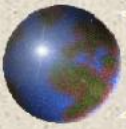
传输线有**长线**和**短线**之分。所谓长线是指传输线的几何长度与线上传输电磁波的波长比值(电长度)大于或接近1，反之称为短线。

长线 → 分布参数电路 → 考虑分布参数效应
(Long Line)

短线 → 集中参数电路 → 忽略分布参数效应
(Short Line)

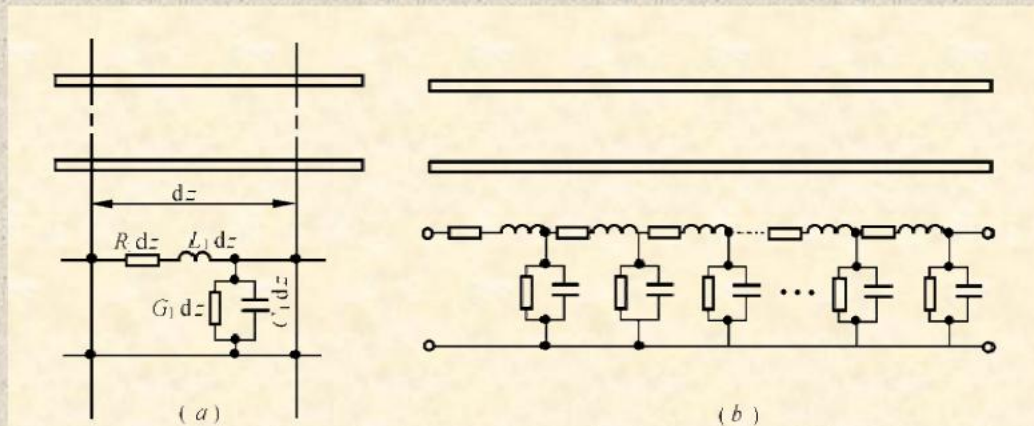
当频率提高到微波波段时，这些分布效应不可忽略，所以微波传输线是一种分布参数电路。这导致传输线上的电压和电流是随时间和空间位置而变化的二元函数。





传输线理论

根据传输线上的分布参数是否均匀分布，可将其分为**均匀传输线**和**不均匀传输线**。我们可以把均匀传输线分割成许多小的微元段 dz ($dz \ll \lambda$)，这样每个微元段可看作集中参数电路，用一个 Γ 型网络来等效。于是整个传输线可等效成无穷多个 Γ 型网络的级联





传输线理论

2 无耗传输线方程及其解

一、传输线方程

$$dU(z) = j\omega L_1 I(z) dz$$

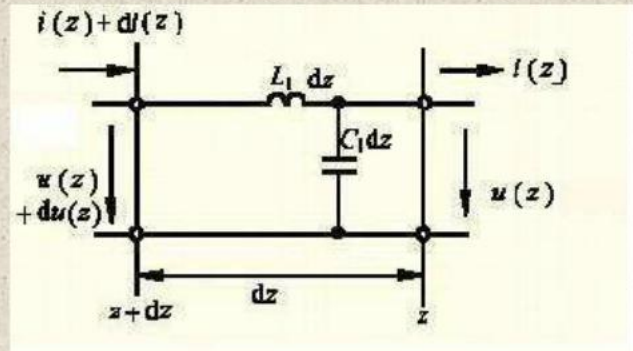
$$dI(z) = j\omega C_1 U(z) dz$$



$$\frac{dU(z)}{dz} = j\omega L_1 I(z)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = j\omega C_1 U(z)$$

(2-2-2)

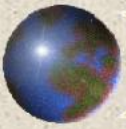


dz 段的等效电路

均匀无耗传输线基本方程

描写无耗传输线上每个微分段上的电压和电流的变化规律，可由此解出线上任意点的电压、电流及其相互关系。





二、均匀传输线方程的解

将式(2-2-2)两边对 z 再求一次微分，并令，可得

$$\begin{aligned}\frac{d^2U(z)}{dz^2} + \beta^2U(z) &= 0 \\ \frac{d^2I(z)}{dz^2} + \beta^2I(z) &= 0\end{aligned}\tag{2-2-4}$$

通解为

$$\begin{aligned}U(z) &= A_1e^{j\beta z} + A_2e^{-j\beta z} \\ I(z) &= \frac{1}{Z_0}(A_1e^{j\beta z} - A_2e^{-j\beta z})\end{aligned}$$

式中， $Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ (特性阻抗) $\beta = \omega\sqrt{L_1C_1}$ (相位常数)





传输线理论

1. 已知传输线终端电压 U_2 和电流 I_2 ，沿线电压电流表达式

$$U(z) = A_1 e^{j\beta z} + A_2 e^{-j\beta z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{j\beta z} - A_2 e^{-j\beta z})$$

选取负载处为坐标原点，将终端条件 $z=0, U(0)=U_2, I(0)=I_2$ 代入上式可得

$$U_2 = A_1 + A_2$$

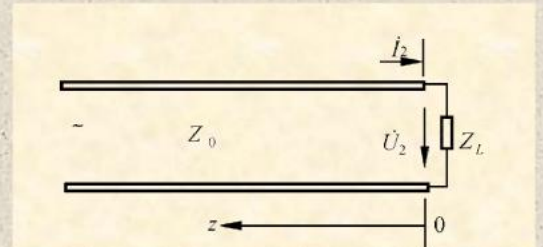
$$I_2 = \frac{1}{Z_0} (A_1 - A_2)$$

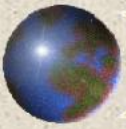
解得 $A_1 = \frac{1}{2}(U_2 + Z_0 I_2)$ $A_2 = \frac{1}{2}(U_2 - Z_0 I_2)$

$$U(z) = U_2 \cos \beta z + j Z_0 I_2 \sin \beta z$$

将 A_1 、 A_2 代入通解后整理后可得

$$I(z) = I_2 \cos \beta z + j \frac{U_2}{Z_0} \sin \beta z$$





2. 已知传输线始端电压 U_1 和电流 I_1 ，沿线电压电流表达式

将始端条件 $z = l$ 、 $U(0)=U_1$ 、 $I(0)=I_1$ 代入通解，
同样可得沿线的电压电流表达式为

$$\begin{cases} U(z) = U_1 \cos \beta(l - z) - jI_1 Z_0 \sin \beta(l - z) \\ I(z) = -j \frac{U_1}{Z_0} \sin \beta(l - z) + I_1 \cos \beta(l - z) \end{cases}$$





三、入射波和反射波

根据复数振幅与瞬时值间的关系，可求得传输线上电压和电流的瞬时值表达式

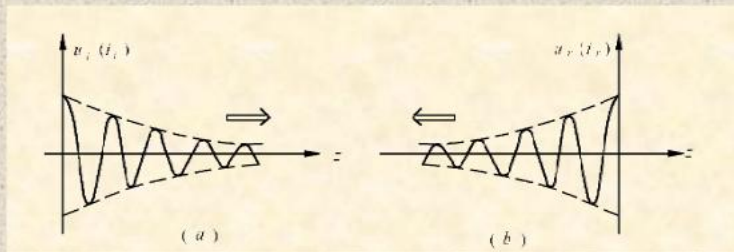
$$\begin{aligned}
 u(z,t) &= \text{Re}[U(z)e^{j\omega t}] \\
 &= A_1 \cos(\omega t + \beta z) + A_2 \cos(\omega t - \beta z) = u_i(z,t) + u_r(z,t) \\
 i(z,t) &= \text{Re}[I(z)e^{j\omega t}] \\
 &= \frac{A_1}{Z_0} \cos(\omega t + \beta z) - \frac{A_2}{Z_0} \cos(\omega t - \beta z) = i_i(z,t) + i_r(z,t)
 \end{aligned}$$

第一部分表示由信号源向负载方向传播的行波，称之为入射波。

第二部分表示由负载向信号源方向传播的行波，称之为反射波。

习题：
2-1
2-2
2-4

入射波和反射波沿线的
瞬时分布图如图





3 传输线的特性参量

传输线的特性参量主要包括：相位常数、特性阻抗、相速和相波长、输入阻抗、反射系数、驻波比(行波系数)和传输功率等。

一、相位常数

相位常数 β 表示单位长度上的相位变化，可表示为

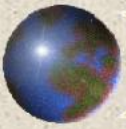
$$\beta = \omega \sqrt{L_1 C_1}$$

β 针对低耗传输线有意义(无耗传输线 $R_0 = 0, G_0 = 0$)

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC} * \text{单位长度}^2}$$

$$\beta = 2\pi f \sqrt{L_1 C_1} \text{ 量纲为 } 1/\text{m} \text{ 或者 } \text{rad/m}$$





传输线理论

二、相速度和相波长

相速度是指波的等相位面移动速度。

一般：入射波的相速度为 $v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$

对于微波传输线 $v_p = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$

平行双线和同轴线： $v_p = \frac{C}{\sqrt{\epsilon_r}}$ 为**TEM波**（无色散波）

相波长定义为波在一个周期 T 内等相位面沿传输线移动的距离。即

$$\lambda_p = v_p T = \frac{v_p}{f} = \frac{\omega}{\beta f} = \frac{2\pi}{\beta}$$





三、特性阻抗

传输线的**特性阻抗**定义为传输线上入射波电压 $U_i(z)$ 与入射波电流 $I_i(z)$ 之比，或反射波电压 $U_r(z)$ 与反射波电流 $I_r(z)$ 之比的负值，即

$$Z_0 = \frac{U_i(z)}{I_i(z)} = -\frac{U_r(z)}{I_r(z)} = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_1}{G_0 + j\omega C_1}}$$

对于无耗传输线($R_0 = 0, G_0 = 0$)，则 $Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$

对于微波传输线，也符合。

平行双线
同轴线
特性阻抗

在无耗或低耗情况下，传输线的特性阻抗为一实数，它仅决定于分布参数 L_1 和 C_1 ，与频率无关。



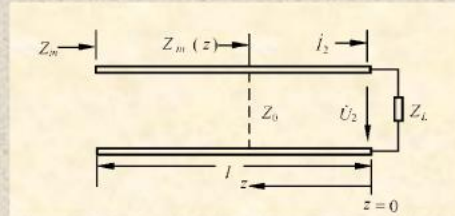


传输线理论

四、输入阻抗

传输线终端接负载阻抗 Z_L 时，距离终端 z 处向负载方向看去的输入阻抗定义为该处的电压 $U(z)$ 与电流 $I(z)$ 之比，即

$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)}$$



传输线的输入阻抗

均匀无耗传输线

$$Z_{in}(z) = \frac{U_2 \cos \beta z + j I_2 Z_0 \sin \beta z}{j U_2 \frac{\sin \beta z}{Z_0} + I_2 \cos \beta z} = Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \operatorname{tg} \beta z}{Z_0 + j Z_L \operatorname{tg} \beta z}$$





传输线理论

对给定的传输线和负载阻抗，线上各点的输入阻抗随至终端的距离 l 的不同而作周期(周期为 λ)变化，且在一些特殊点上，有如下简单阻抗关系：

$$Z_{in}(l) = Z_L \quad l = n \frac{\lambda}{2} \quad (n=0,1,2,\dots)$$

$$Z_{in}(l) = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad l = (2n+1) \frac{\lambda}{4} \quad (n=0,1,2,\dots)$$

1. 传输线上距负载为半波长整数倍的各点的输入阻抗等于负载阻抗；
2. 距负载为四分之一波长奇数倍的各点的输入阻抗等于特性阻抗的平方与负载阻抗的比值；
3. 当 Z_0 为实数， Z_L 为复数负载时，四分之一波长的传输线具有变换阻抗性质的作用。
4. 两种极端情况。

在许多情况下，例如并联电路的阻抗计算，采用导纳比较方便

$$Y_{in}(z) = \frac{1}{Z_{in}(z)} = Y_0 \frac{Y_L + jY_0 \operatorname{tg} \beta z}{Y_0 + jY_L \operatorname{tg} \beta z}$$





五、反射系数

距终端 z 处的反射波电压 $U_r(z)$ 与入射波电压 $U_i(z)$ 之比定义为该处的**电压反射系数** $\Gamma_u(z)$ ，即

$$\Gamma_u(z) = \frac{U_r(z)}{U_i(z)} = \frac{A_2 e^{-j\beta z}}{A_1 e^{j\beta z}} = \frac{A_2}{A_1} e^{-j2\beta z}$$

电流反射系数

$$\Gamma_i(z) = \frac{I_r(z)}{I_i(z)} = -\frac{A_2}{A_1} e^{-j2\beta z} = -\Gamma_u(z)$$

终端反射系数

$$\Gamma_2 = \frac{A_2}{A_1} = \frac{|A_2|}{|A_1|} e^{j\varphi_2} = |\Gamma_2| e^{j\varphi_2}$$

传输线上任一点反射系数与终端反射系数的关系

$$\Gamma(z) = \Gamma_2 e^{-j2\beta z} = |\Gamma_2| e^{j(\varphi_2 - 2\beta z)} = |\Gamma_2| e^{j\varphi}$$





传输线理论

输入阻抗与反射系数间的关系

$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = \frac{U_i(z)[1 + \Gamma(z)]}{I_i(z)[1 - \Gamma(z)]} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

负载阻抗与终端反射系数的关系

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma_2}{1 - \Gamma_2}$$

上述两式又可写成

$$\Gamma(z) = \frac{Z_{in}(z) - Z_0}{Z_{in}(z) + Z_0} \quad \Gamma_2 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$





传输线理论

六、驻波比和行波系数

电压（或电流）驻波比 ρ 定义为传输线上电压（或电流）的最大值与最小值之比，即

$$\rho = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{|I|_{\max}}{|I|_{\min}}$$

当传输线上入射波与反射波同相迭加时，合成波出现最大值；而反相迭加时出现最小值

$$\begin{aligned} |U|_{\max} &= |U_i| + |U_r| = |U_i|(1 + |\Gamma|) \\ |U|_{\min} &= |U_i| - |U_r| = |U_i|(1 - |\Gamma|) \end{aligned}$$

驻波比与反射系数的关系式为

$$\rho = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad |\Gamma| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$$

行波系数 K 定义为传输线上电压（或电流）的最小值与最大值之比，故行波系数与驻波比互为倒数

$$K = \frac{|U|_{\min}}{|U|_{\max}} = \frac{|I|_{\min}}{|I|_{\max}} = \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\Gamma|} = \frac{1}{\rho}$$





传输线理论

传输线上反射波的大小，可用反射系数的模、驻波比和行波系数三个参量来描述。

反射系数模的变化范围为 $0 \leq |\Gamma| \leq 1$

驻波比的变化范围为 $1 \leq \rho \leq \infty$

行波系数的变化范围为 $0 \leq K \leq 1$

传输线的工作状态一般分为三种：

(1) 行波状态 $|\Gamma| = 0, \rho = 1, K = 1$ (匹配状态)

(2) 行驻波状态 $0 < |\Gamma| < 1 \quad 1 < \rho < \infty \quad 0 < K < 1$

(3) 驻波状态 $|\Gamma| = 1, \rho = \infty, K = 0$





传输线理论

4 均匀无耗传输线工作状态的分析

对于均匀无耗传输线，其工作状态分为三种：

- (1) 行波状态；
- (2) 驻波状态；
- (3) 行驻波状态

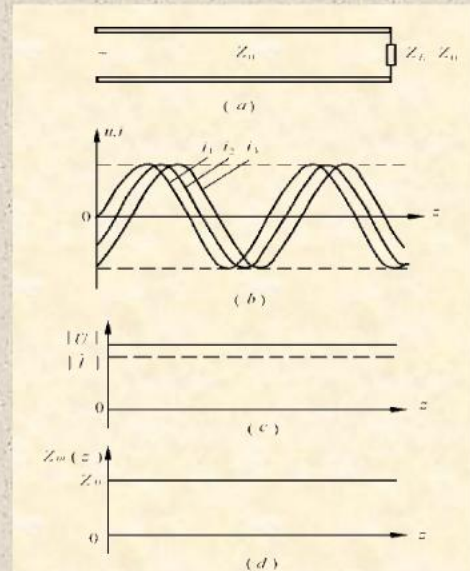
一、行波状态(无反射情况)

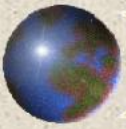
$$u(z,t) = u_i(z,t) = A_1 \cos(\omega t + \beta z)$$

$$i(z,t) = i_i(z,t) = \frac{A_1}{Z_0} \cos(\omega t + \beta z)$$

由此可得行波状态下的分布规律：

- (1) 线上电压和电流的振幅恒定不变
- (2) 电压行波与电流行波同相，它们的相位是位置 z 和时间 t 的函数
- (3) 线上的输入阻抗处处相等，且均等于特性阻抗





二、驻波状态(全反射情况)

当传输线终端短路、开路或接纯电抗负载时，终端的入射波将被全反射，沿线入射波与反射波迭加形成驻波分布。驻波状态意味着入射波功率一点也没有被负载吸收，即负载与传输线完全失配。

1. 终端短路

$$U_2(0) = A_1 + A_2 = U_{i2} + U_{r2} = 0 \Rightarrow U_{i2} = -U_{r2}$$

$$I_2(0) = \frac{1}{Z_0}(A_1 - A_2) = I_{i2} + I_{r2} = \frac{1}{Z_0}(U_{i2} - U_{r2}) = 2\frac{U_{i2}}{Z_0} = 2I_{i2} \Rightarrow I_{i2} = I_{r2}$$

复数表达式为

$$U(z) = U_{i2}e^{j\beta z} + U_{r2}e^{-j\beta z} = U_{i2}(e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}) = j2U_{i2} \sin \beta z$$

$$I(z) = I_{i2}e^{j\beta z} + I_{r2}e^{-j\beta z} = I_{i2}(e^{j\beta z} + e^{-j\beta z}) = 2I_{i2} \cos \beta z$$

$$u(z, t) = 2|U_{i2}| \sin \beta z \cos(\omega t + \varphi_2 + \pi/2)$$

即：

$$i(z, t) = 2|I_{i2}| \cos \beta z \cos(\omega t + \varphi_2)$$





传输线理论

短路时的驻波状态分布规律:

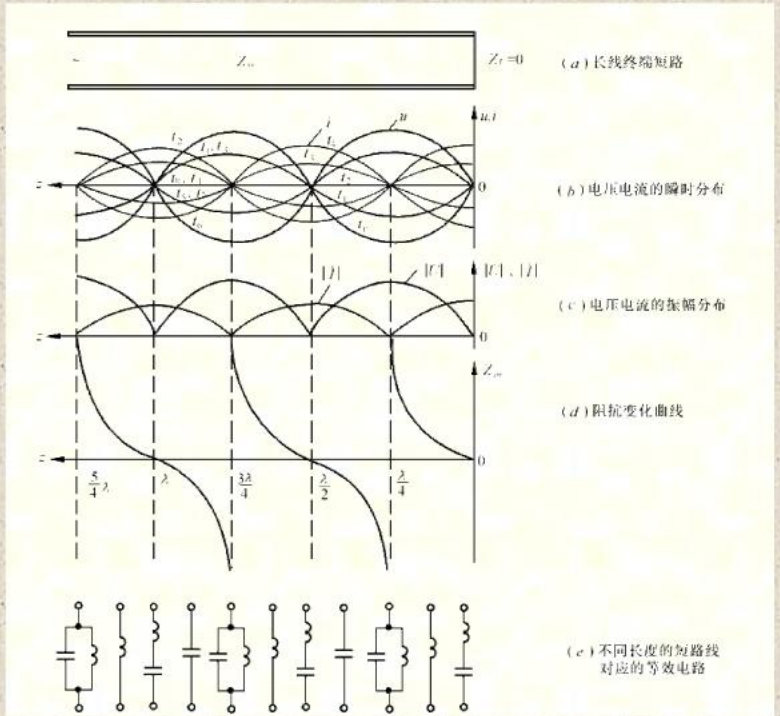
(1) 瞬时电压或电流在传输线的某个固定位置上随时间 t 作正弦或余弦变化, 而在某一时刻随位置 z 也作正弦或余弦变化, 但瞬时电压和电流的时间相位差和空间相位差均为 $\pi/2$, 这表明传输线上没有功率传输。

(2) 当 $z = (2n+1)\lambda/4, (n=0,1,\dots)$ 时, 电压振幅恒为最大值, 即 $|U|_{\max} = 2|U_{i2}|$, 而电流振幅恒为零, 这些点称之为电压的波腹点和电流的波节点;

当 $z = n\lambda/2, (n=0,1,\dots)$ 时, 电流振幅恒为最大值, 而电压振幅恒为零, 这些点称之为电流的波腹点和电压的波节点。

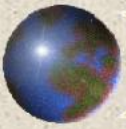
(3) 传输线终端短路时, 输入阻抗为

$$Z_m(z) = jZ_0 \operatorname{tg} \beta z = jZ_0 \operatorname{tg} \frac{2\pi z}{\lambda} = jX_m$$



沿线电压电流的瞬时分布和振幅分布, 如上图





传输线理论

2. 终端开路

由于负载阻抗 $Z_L = \infty$ 因而终端电流 $I_2 = 0$

$$U(0) = A_1 + A_2 = U_{i2} + U_{r2} = 2U_{i2} \Rightarrow U_{i2} = U_{r2}$$

$$I(0) = \frac{1}{Z_0}(A_1 - A_2) = I_{i2} + I_{r2} = 0 \Rightarrow I_{i2} = -I_{r2}$$

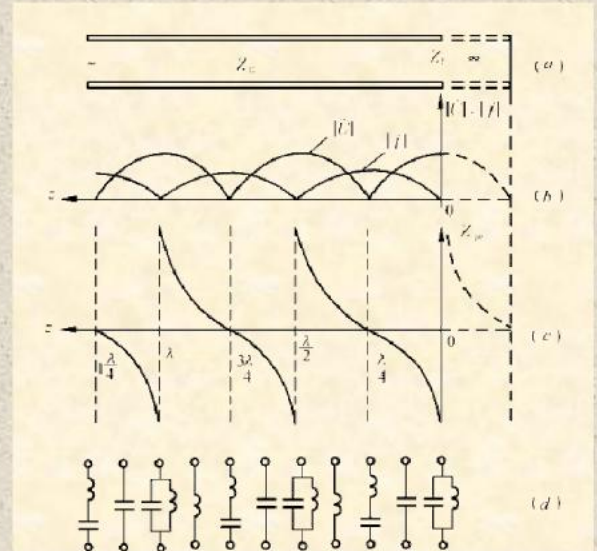
沿线电压、电流的复数表达式为

$$u(z, t) = 2|U_{i2}| \cos \beta z \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$i(z, t) = 2|I_{i2}| \sin \beta z \cos(\omega t + \varphi_2 + \pi/2)$$

传输线终端开路时，输入阻抗为

$$Z_{in}(z) = -jZ_0 \operatorname{ctg} \beta z$$



传输线终端开路时电压、电流及阻抗的分布





传输线理论

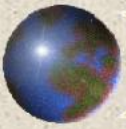
综上所述，均匀无耗传输线终端无论是短路、开路还是接纯电抗负载，终端均产生全反射，沿线电压电流呈驻波分布，其特点为：

(i) 驻波波腹值为入射波的两倍，波节值等于零。短路线终端为电压波节、电流波腹；开路线终端为电压波腹、电流波节；接纯电抗负载时，终端既非波腹也非波节。

(ii) 与电压波腹点相差 $\lambda/4$ 处永远是电压波节点（电流波腹点），其振幅值为0。

(iii) 沿线同一位置的电压电流之间时间和距离相位差均为 $\pi/2$ ，所以驻波状态只有能量的存贮并无能量的传输。





传输线理论

三、行驻波状态(部分反射情况)

当均匀无耗传输线终端接一般复阻抗 $Z_L = R_L + jX_L$

线上电压、电流为

$$U(z) = U_i[1 + \Gamma(z)]$$

$$I(z) = I_i[1 - \Gamma(z)]$$

归一化电压、电流分别为

$$\tilde{U}(z) = \frac{U(z)}{U_i(z)} = 1 + \Gamma(z) = 1 + |\Gamma_2|e^{j(\varphi_2 - 2\beta z)}$$

$$\tilde{I}(z) = \frac{I(z)}{I_i(z)} = 1 - \Gamma(z) = 1 - |\Gamma_2|e^{j(\varphi_2 - 2\beta z)}$$

归一化阻抗

$$\tilde{Z}(z) = \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

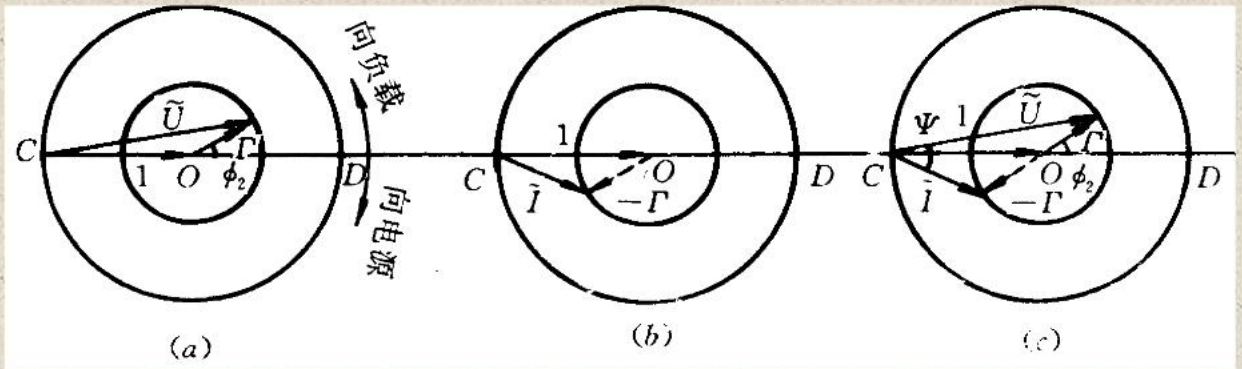
传输线工作在行驻波状态, 行波与驻波的
相对大小决定于负载与传输线的失配程度。





传输线理论

将上式用矢量来表示,并画在一个复平面上。式(2—4—12)中第一式的第一项为实数1,表示在实轴方向的单位矢量,它是始终不变的。第二项为反射系数的旋转矢量,它的模为 $|\Gamma|$,在终端处反射系数的相角为 ϕ_2 ,即在复平面上终端处的反射系数和实轴的夹角。





传输线理论

(一) 电压波腹和波节点的位置和大小

由前图可见,当反射系数矢量旋转到与 \overline{OD} 轴重合时,合成的归一化电压为最大(或归一化电流最小),故 \overline{OD} 轴为电压波腹点(或电流波节点)的轨迹。

终端到第一个电压波腹点的距离 $z_{\max 1}$ 应满足

$$\varphi_2 - 2\beta z_{\max} = 0$$

$$\text{即 } z_{\max} = \varphi_2 / 2\beta$$

此时电压最大值为 $\tilde{U}_{\max} = 1 + |\Gamma|$

\overline{OC} 轴为电压波节点(或电流波腹点)的轨迹。

终端到第一个电压波节点的距离 $z_{\min 1}$ 应满足

$$\varphi_2 - 2\beta z_{\min} = \pi$$

$$\text{即 } z_{\min} = \varphi_2 / 2\beta + \lambda / 4$$

此时电压的最小值为 $\tilde{U}_{\min} = 1 - |\Gamma|$

$$\rho = \frac{\tilde{U}_{\max}}{\tilde{U}_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1}{K}$$





(二) 阻抗特性

由图2—4—4(c)可见,当反射系数矢量落在上半平面内,则电压超前电流,阻抗为感性,故上半平面为感性阻抗的轨迹;当反射系数矢量落在下半面内,则电流超前电压,阻抗为容性,故下半平面为容性阻抗的轨迹

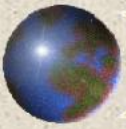
当反射系数矢量落在 OD 实轴上,则电压和电流同相。阻抗为纯阻且最大,此处电压为波腹点而电流为波节点,故该处归一化电阻

$$\tilde{R}_{\max} = \frac{\tilde{U}_{\max}}{\tilde{I}_{\min}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \rho \quad (2-4-19)$$

当反射系数矢量落在 OC 负实轴上,则电压和电流同相,阻抗为纯阻且最小,此处为电压波节点和电流波腹点,故该处归一化电阻

$$\tilde{R}_{\min} = \frac{\tilde{U}_{\min}}{\tilde{I}_{\max}} = \frac{1-|\Gamma|}{1+|\Gamma|} = K \quad (2-4-20)$$





5 阻抗圆图及其应用

极坐标圆图，又称为史密斯(Smith)圆图。

应用最广，本节介绍Smith圆图的构造和应用。

一、阻抗圆图

阻抗圆图是由等反射系数圆和等阻抗圆组成

1. 等反射系数圆

距离终端 z 处的反射系数为

$$|\Gamma|^2 = \Gamma_a^2 + \Gamma_b^2$$

$$\Gamma(z) = |\Gamma|e^{j\varphi} = |\Gamma|\cos\varphi + j|\Gamma|\sin\varphi = \Gamma_a + j\Gamma_b \quad \varphi = \arctg \frac{\Gamma_b}{\Gamma_a}$$

上式表明，在复平面上等反射系数模 $|\Gamma|$ 的轨迹是以坐标原点为圆心、 $|\Gamma|$ 为半径的圆，这个圆称为等反射系数圆。由于反射系数的模与驻波比是一一对应的，故又称为等驻波比圆。





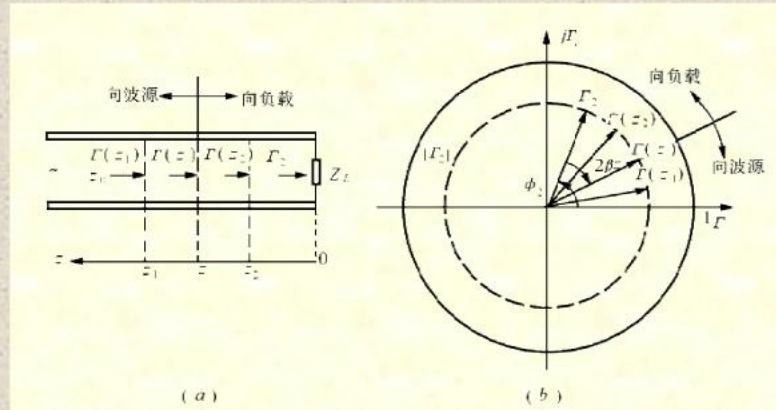
传输线理论

若已知终端反射系数 $\Gamma_L = |\Gamma_L|e^{j\varphi_2}$ ，则距终端 z 处的反射系数为

$$\Gamma(z) = \Gamma_L e^{-j2\beta z} = \Gamma_L e^{-j2(2\pi/\lambda)z} = \Gamma_L e^{-j4\pi z/\lambda}$$

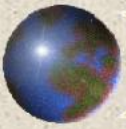
线上移动的距离与转动的角度之间的关系为

$$\Delta\varphi = 2\beta\Delta z = \frac{4\pi}{\lambda}\Delta z$$

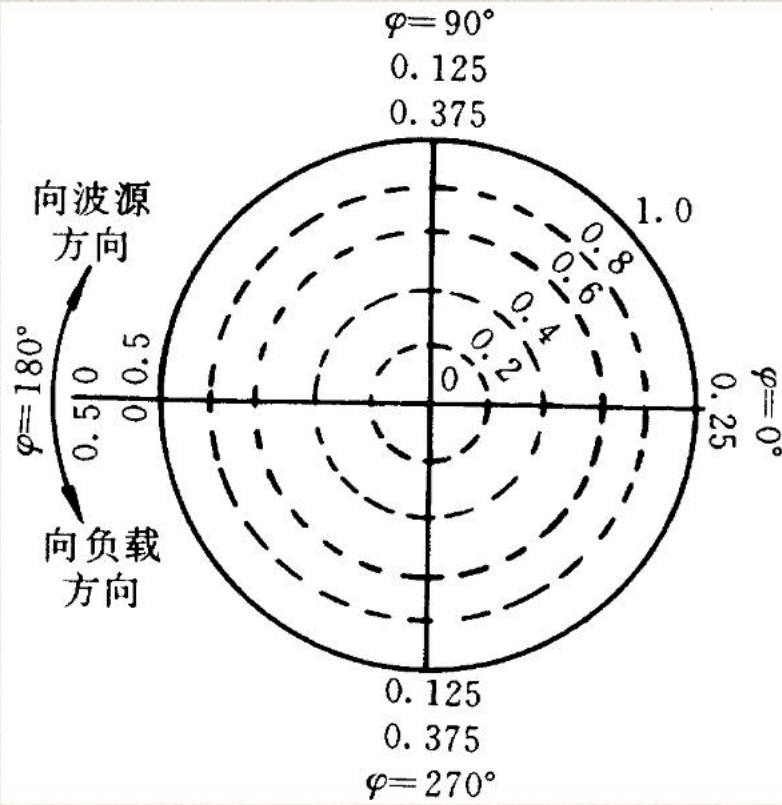


等反射系数圆





传输线理论



等反射系数圆

要点:

- (1) 圆图上转一圈 (2π), 相当于 Γ 转过 0.5
- (2) $|\Gamma|=1$ 称为单位圆
- (3) 从负载向信号源:
 $z \uparrow$ (向信号源) $\rightarrow \Phi \downarrow$ (顺时针)

从信号源向负载:

- $z \downarrow$ (向负载) $\rightarrow \Phi \uparrow$ (逆时针)





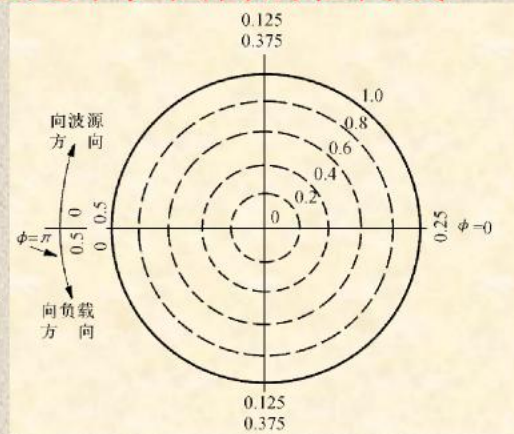
传输线理论

由此可见，线上移动长度 $\lambda/2$ 时，对应反射系数矢量转动一周。一般转动的角度用归一化电长度 $\Delta z/\lambda$ 表示，且其零点位置通常选在 $\varphi = \pi$ 处。为了方便，有的圆图上标有两个方向的归一化电长度数值，如图所示。向负载方向移动读里圈读数，向波源方向移动读外圈读数。

相角相等的反射系数的轨迹是单位圆内的径向线。

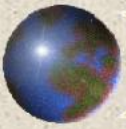
$\varphi = 0$ 的径向线为各种不同负载阻抗情况下电压波腹点反射系数的轨迹；

$\varphi = \pi$ 的径向线为各种不同负载阻抗情况下电压波节点反射系数的轨迹。



等反射系数圆的波长数标度





2. 等阻抗圆

$$\tilde{Z}(z) = \frac{1 + (\Gamma_a + j\Gamma_b)}{1 - (\Gamma_a + j\Gamma_b)} = \frac{1 - (\Gamma_a^2 + \Gamma_b^2)}{(1 - \Gamma_a)^2 + \Gamma_b^2} + j \frac{2\Gamma_a}{(1 - \Gamma_a)^2 + \Gamma_b^2} = \tilde{R} + j\tilde{X}$$

$$\tilde{R} = \frac{1 - (\Gamma_a^2 + \Gamma_b^2)}{(1 - \Gamma_a)^2 + \Gamma_b^2} \quad \tilde{X} = \frac{2\Gamma_b}{(1 - \Gamma_a)^2 + \Gamma_b^2}$$

\tilde{R} 称为归一化电阻， \tilde{X} 称为归一化电抗。

由以上得：

$$\left(\Gamma_a - \frac{\tilde{R}}{\tilde{R} + 1} \right)^2 + \Gamma_b^2 = \left(\frac{1}{\tilde{R} + 1} \right)^2$$

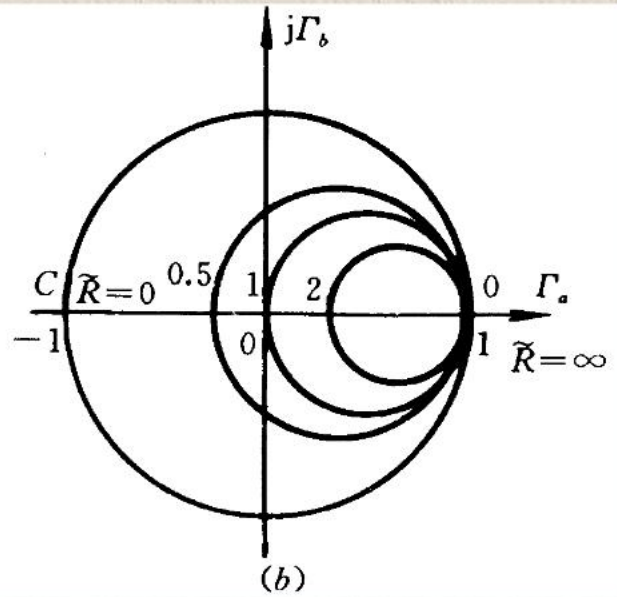
$$\left(\Gamma_a - 1 \right)^2 + \left(\Gamma_b - \frac{1}{\tilde{X}} \right)^2 = \left(\frac{1}{\tilde{X}} \right)^2$$





传输线理论

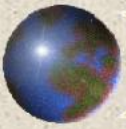
R	圆心 $\left(\frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}}, 0\right)$	半径 $\frac{1}{\tilde{R}+1}$
0	(0, 0)	1
$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{3}, 0\right)$	$\frac{2}{3}$
1	$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$	$\frac{1}{2}$
2	$\left(\frac{2}{3}, 0\right)$	$\frac{1}{3}$
∞	(1, 0)	0



- (1) 等电阻圆为一族不同心的圆；
- (2) 所有电阻圆相切于 ∞ 点 ($\Gamma_a = 1, \Gamma_b = 0$)；
- (3) 圆心轨迹在 Γ_a 的正实轴 (即 $\Gamma_a = 0 \rightarrow 1$) 上
或称 $\tilde{R} = 1 \rightarrow \infty$ 之间。

等电阻圆

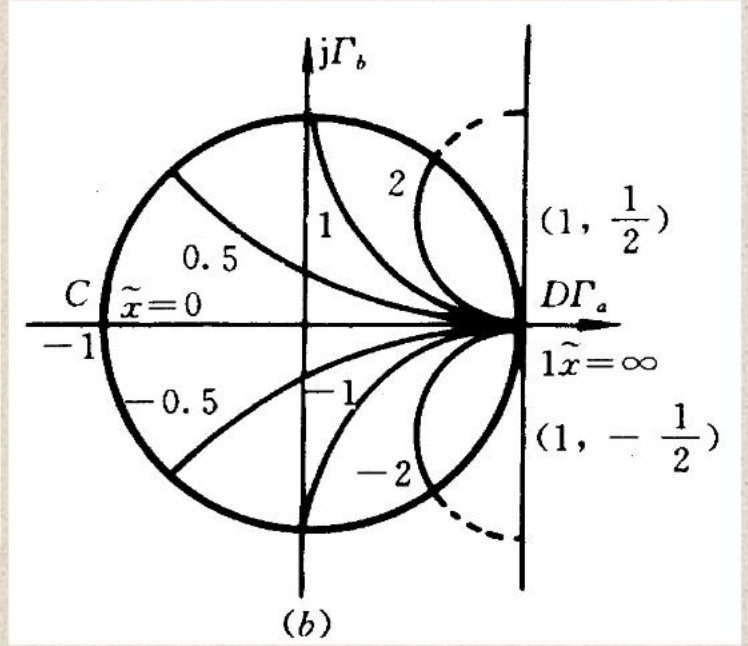




传输线理论

等电抗圆

\tilde{x}	圆心 $(1, \frac{1}{\tilde{x}})$	半径 $\frac{1}{\tilde{x}}$
0	$(1, \pm\infty)$	∞
± 0.5	$(1, \pm 2)$	2
± 1	$(1, \pm 1)$	1
± 2	$(1, \pm 0.5)$	0.5
$\pm\infty$	$(1, 0)$	0



- (1) 等电抗圆为一族不同心的圆
- (2) 所有等电抗圆相切于 ∞ 点
- (3) 圆心轨迹在 $\Gamma_a = 1$ 的直线上
- (4) 由于 \tilde{Z} 与 Γ 一一对应，而 Γ 与单位圆内的点一一对应，所以等电抗圆是被单位圆截下的一段圆弧
- (5) 上半圆内，正电抗（感性）
下半圆内，负电抗（容性）
电抗 $\pm \tilde{X}$ 的等电抗圆关于实轴（ Γ_a ）成镜像对称。





传输线理论

将等电阻圆和等电抗圆绘制在同一张图上，即得到阻抗圆图
阻抗圆图具有如下几个特点：

(1) 圆图上有三个**特殊点**：

短路点(*C*点)，其坐标为(-1,0)。此处对应于 $\tilde{R} = 0, \tilde{X} = 0, |\Gamma| = 1, \rho = \infty, \varphi = \pi$ ；

开路点(*D*点)，其坐标为(1,0)。此处对应于 $\tilde{R} = \infty, \tilde{X} = 0, |\Gamma| = 1, \rho = \infty, \varphi = 0$ ；

匹配(*O*点)，其坐标为(0,0)。此处对应于 $\tilde{R} = 1, \tilde{X} = 0, |\Gamma| = 0, \rho = 1$

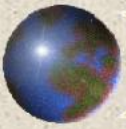
(2) 圆图上有三条**特殊线**：

圆图上实轴*CD*为 $\tilde{X} = 0$ 的轨迹，其中正实半轴为电压波腹点的轨迹，线上的 \tilde{R} 值即为驻波比 ρ 的读数；负实半轴为电压波节点的轨迹，线上的 \tilde{R} 值即为行波系数 K 的读数；最外面的单位圆为 $\tilde{R} = 0$ 的纯电抗轨迹，即为 $|\Gamma| = 1$ 的全反射系数圆的轨迹。

(3) 圆上有两个**特殊面**：

圆图实轴以上的上半平面(即)是感性阻抗的轨迹；实轴以下的下半平面(即)是容性阻抗的轨迹。





传输线理论

(4) 圆图上有两个旋转方向:

在传输线上A点向负载方向移动时,则在圆图上由A点沿等反射系数圆逆时针方向旋转;反之,在传输线上A点向波源方向移动时,则在圆图上由A点沿等反射系数圆顺时针方向旋转。

(5) 圆图上任意一点对应了四个参量: \tilde{X} 、 \tilde{R} 、 $|\Gamma|$ 和 φ 。知道了前两个参量或后两个参量均可确定该点在圆图上的位置。注意R和均为归一化值,如果要求它们的实际值分别乘上传输线的特性阻抗。

(6) 若传输线上某一位置对应于圆图上的A点,则A点的读数即为该位置的输入阻抗归一化值($\tilde{R} + j\tilde{X}$);若关于O点的A点对称点为B点,则B点的读数即为该位置的输入导纳归一化值($\tilde{G} + j\tilde{B}$)。





二、导纳圆图

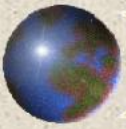
导纳是阻抗的倒数,故归一化导纳为

$$\tilde{Y}(z) = \frac{1}{\tilde{Z}(z)} = \frac{1 - \Gamma(z)}{1 + \Gamma(z)}$$

如果以单位圆圆心为轴心,将复平面上的阻抗圆图旋转,即可得到导纳圆图。

因此, Smith圆图既可作为阻抗圆图也可作为导纳圆图使用。作为阻抗圆图使用时,圆图中的等值圆表示R和X圆;作为导纳圆图使用时,圆图中的等值圆表示G和B圆。并且圆图实轴的上部X或B均为正值,实轴的下部X或B均为负值。

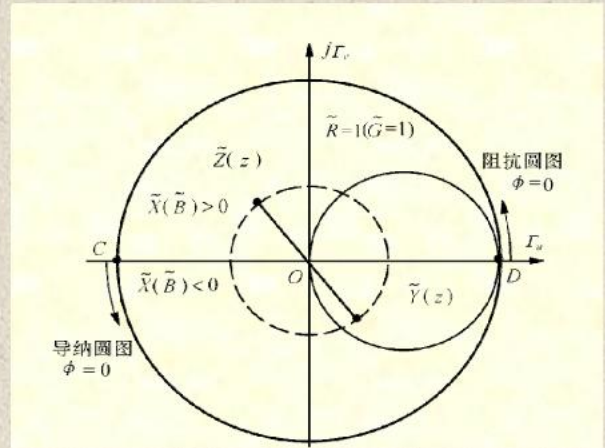




传输线理论

导纳圆图与阻抗圆图的区别：

- (1) 短路点与开路点互换
- (2) 波腹线与波节线互换
- (3) 电感半圆与电容半圆互换
- (4) $\tilde{Y}(z)$ 与 $\tilde{Z}(z)$ 关于匹配点对称
- (5) $\Gamma(z)$ 的相位角加 π
- (6) 相位角向信源为顺时针方向
向负载为反时针方向不变



阻抗圆图与导纳圆图的关系





传输线理论

例题2—5—1 已知双线传输线的特性阻抗 $Z_0=300\Omega$, 终接负载阻抗 $Z_L=180+j240\Omega$, 求终端反射系数 Γ_2 及离终端第一个电压波腹点至终端距离 l_{max1} 。

解: (1) 计算归一化负载阻抗:

$$\tilde{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{180 + j240}{300} = 0.6 + j0.8$$

(2) 确定反射系数的模 $|\Gamma_2|$ 。

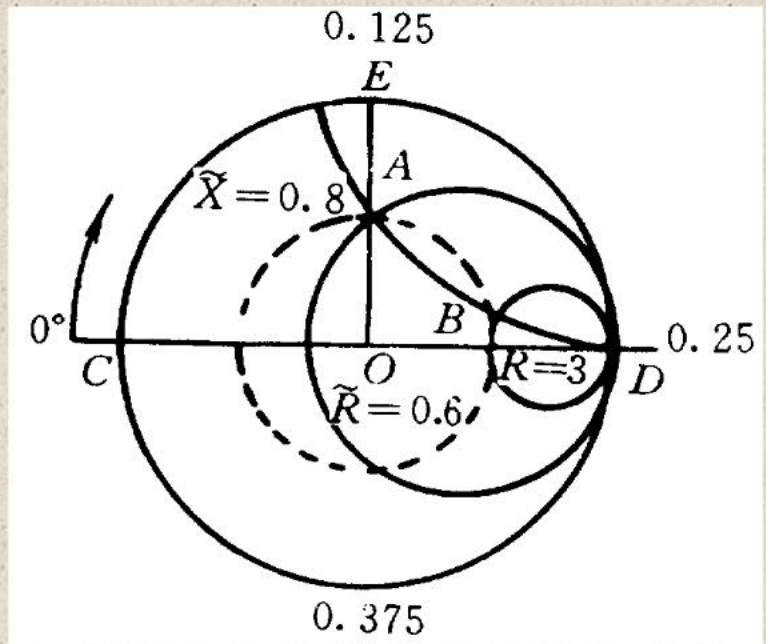
$$|\Gamma_2| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{3 - 1}{3 + 1} = 0.5$$

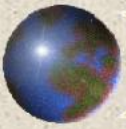
(3) 计算 Γ_2 的相角 φ_2 。

$$\Delta\theta = 0.25 - 0.125 = 0.125$$

$$j_2 = \Delta\theta \cdot 4\pi \cdot 90^\circ$$

(4) 确定第一个电压波腹点离终端的距离 l_{max1} 。





6 传输线的阻抗匹配

在微波传输系统，阻抗匹配极其重要，它关系到系统的传输效率、功率容量与工作稳定性，关系到微波测量的系统误差和测量精度，以及微波元器件的质量等一系列问题。

一、阻抗匹配概念

传输线与负载不匹配 \longrightarrow 传输线上有驻波存在 $\begin{cases} \text{传输线功率容量降低} \\ \text{增加传输线的衰减} \end{cases}$

如果信号源与传输线不匹配，不仅会影响信号源的频率和输出的稳定性，而且信号源不能给出最大功率。因此，微波传输系统一定要作到阻抗匹配。

这里的匹配概念分为两种：共轭匹配和无反射匹配。





传输线理论

(一) 共轭匹配

共轭匹配要求传输线输入阻抗与信号源内阻互为共轭值。
如图

信号源的内阻为 $Z_g = R_g + jX_g$

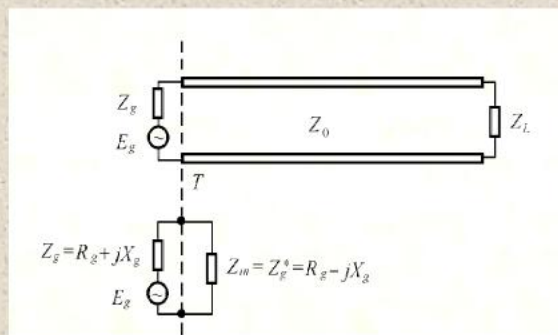
传输线的输入阻抗为 $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$

则: $Z_g = Z_{in}$

即 $R_g = R_{in} \quad X_g = -X_{in}$

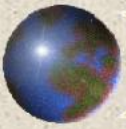
信号源输出的最大功率为

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \frac{|E_g|^2 R_{in}}{|Z_g + Z_{in}|^2} = \frac{1}{2} \frac{|E_g|^2 R_{in}}{(R_g + R_{in})^2 + (X_g + X_{in})^2} = \frac{|E_g|^2}{8R_g}$$



共轭匹配





(二) 无反射匹配

无反射匹配是指传输线两端阻抗与传输线的特性阻抗相等，线上无反射波存在，即工作于行波状态。

无反射匹配包括**传输线始端与信号源内阻匹配**和**传输线终端与负载阻抗匹配**。

信号源内阻也为实数， $R_g = Z_0, X_g = 0$ ，此时传输线的始端无反射波，这种信号源称为**匹配信号源**。

当传输线终端所接的负载阻抗为纯电阻时，则传输线的终端无反射波，此时的负载称为**匹配负载**。





当传输系统满足： $R_g = R_L = Z_0$ 时，可同时实现共轭匹配和无反射匹配。

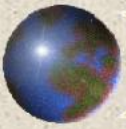
二、阻抗匹配方法

阻抗匹配的方法就是在传输线与负载之间加入一阻抗匹配网络。要求这个匹配网络由电抗元件构成，接入传输线时应尽可能靠近负载，且通过调节能对各种负载实现阻抗匹配。

其匹配原理是通过匹配网络引入一个新的反射波来抵消原来的反射波。

采用阻抗变换器和分支匹配器作为匹配网络是两种最基本的方法。





(一) $\lambda/4$ 阻抗变换器

$\lambda/4$ 阻抗变换器是由一段长度为 $\lambda/4$ 、特性阻抗为 Z_{01} 的传输线组成。

当这段传输线终端接纯电阻 R_L 时，则输入阻抗为

$$Z_{in} = Z_{01} \frac{R_L + jZ_{01} \operatorname{tg}(2\pi/\lambda - \lambda/4)}{Z_{01} + jR_L \operatorname{tg}(2\pi/\lambda - \lambda/4)} = \frac{Z_{01}^2}{R_L}$$

为了使实现阻抗匹配，必须使

$$Z_{01} = \sqrt{Z_0 R_L}$$





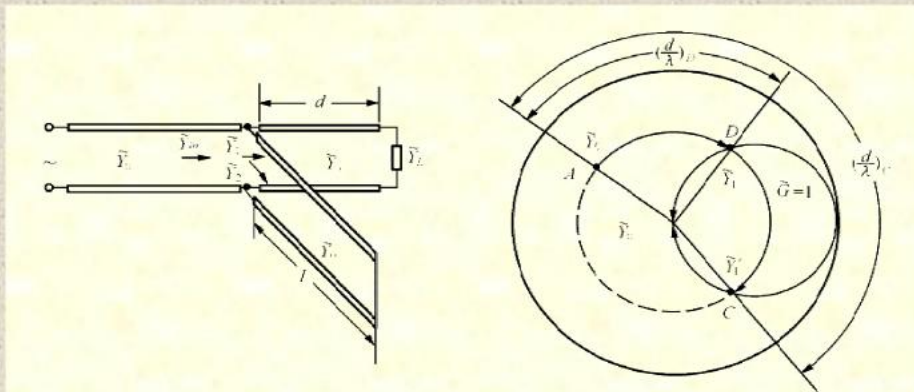
(二) 分支匹配器

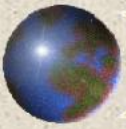
分支匹配器的原理是利用在传输线上并接或串接终端短路或开路的分支线，产生新的反射波来抵消原来的反射波，从而达到阻抗匹配。

分支匹配器又分为单分支、双分支和三分支匹配器。

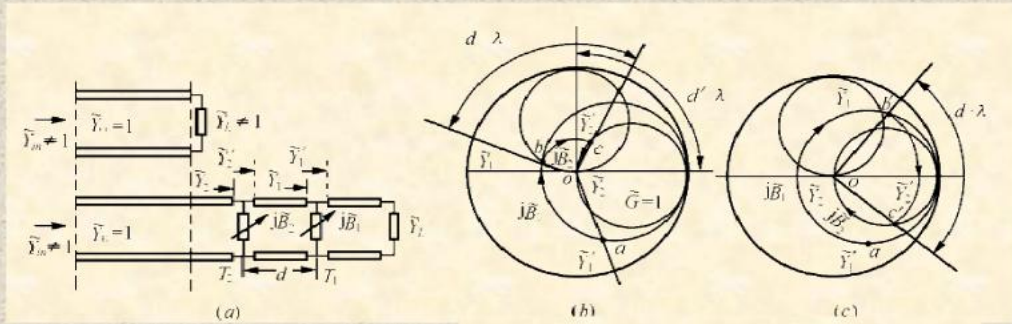
1. 单分支匹配器

单分支匹配的原理如图所示。





2. 双分支匹配器



3. 三支匹配器

双分支匹配器存在的匹配死区，可采用三支匹配器来消除，如图所示。其调配原理与双分支相同，仅增加一个分支。

